

PO 反应中混沌控制的变量交叉反馈方法研究*

吕翎**, 杜增, 栾玲

(辽宁师范大学物理系, 大连 116029)

摘要: 设计了一种变量交叉反馈(VCF)方法控制非线性系统混沌. 介绍了 VCF 方法的控制原理, 并用此方法控制 Peroxidase-Oxidase(PO)反应系统的混沌, 以此验证其有效性. 仿真模拟显示, 通过恰当地选择控制系数 m_1 、 m_2 , 可以使受控系统的返回映像由具有一定分布形式和结构的离散点的集合转变为有限个点, 功率谱也由连续谱转变为具有独立单峰的分立谱, 从而使以 $[O_2]$ 和 $[NADH]$ 的浓度作为反馈变量的受控系统的动力学性质由混沌态转变为周期态, 周期态轨道的周期数为 $2^n \times 3^m p$ (n, m 为整数).

关键词: Peroxidase-Oxidase(PO)反应系统; 交叉反馈; 混沌; 控制; 周期轨道

中图分类号: O643.1 文献标识码: A

Studies on Variable Cross Feedback Method of Chaos Control to PO Reaction*

Lü Ling**, Du Zeng, Luan Ling

(Department of Physics, Liaoning Normal University, Dalian 116029)

Abstract The variable cross feedback(VCF) method is proposed to control the nonlinear chaos system. The control principle is introduced, and the Peroxidase-Oxidase(PO) system is taken as a typical example to demonstrate the effectiveness of this method. The dynamical behaviors of the PO system controlled using the VCF method are given by computer numerical simulation. The results show that the return map of the system can be changed into the finite isolated points from the assemblage of discrete points having regular distribution and structure by appropriately selecting control coefficients m_1 and m_2 , and the power spectrums of the system can also be changed from the continuous spectrum into the discrete spectrums having some separation single peaks. The chaotic state in the PO system is controlled into the periodic states when $[O_2]$ and $[NADH]$ are taken as feedback variables, and the periodic numbers of different periodic orbits are $2^n \times 3^m p$ (n, m are integers).

Keywords Peroxidase-Oxidase(PO) system, Cross feedback, Chaos, Control, Periodic orbit

1 引言

非线性化学反应因其丰富而复杂的动力学行为和所具有的巨大的潜在应用价值而倍受关注, 其中混沌控制及其同步研究进展迅速, 许多化学反应及

其理论模型成为目前人们的研究对象^[1-4]. 混沌控制的目标主要有, 一是对混沌吸引子内原已存在的某个不稳定的周期轨道进行稳定控制, 这种控制不改变系统中原有的周期轨道; 二是根据实际需要, 将系统控制在任意轨道上, 使系统获得新的动力学行

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (10175032) and Nature Science Foundation of Liaoning Educational Committee(202122023).

** Corresponding author, Email: lshdg@sina.com.cn Received 30 October 2003; in final form 2 March 2004.

为 ;三是实现两个或多个相同动力学系统的周期同步、混沌同步或超混沌同步 ;其四是消除多重的混沌或超混沌吸引子流域. 由此产生了一系列的控制方法, 归纳起来可以分为两类 :一类是通过调节参数达到对系统混沌行为的控制, 如 OGY 方法^[5]、参数共振法^[6]等 ;另一类是对系统的变量实施反馈或无反馈控制, 如脉冲反馈法^[7]、自适应反馈法^[8]、延时反馈法^[9]、辅助参考反馈法^[10]等. 本工作设计了一种变量交叉反馈 (VCF) 方法控制非线性系统混沌. 介绍了 VCF 方法的控制原理, 并用此方法控制 Peroxidase-Oxidase (PO) 反应系统的混沌, 以验证其有效性. 仿真模拟显示, 通过恰当地选择控制系数 m_1 、 m_2 , 可以使受控系统的返回映像, 由具有一定分布形式和结构的离散点的集合转变为有限个点, 功率谱也由连续谱转变为具有独立单峰的分立谱. 从而使以 O_2 、NADH 的浓度作为反馈变量的受控系统的动力学性质由混沌态转变为周期态, 周期态轨道的周期数为 $2^n \times 3^m p$ (n, m 为整数). 这种控制方案的显著优势在于控制时不必了解系统的详细信息, 因此, 在控制多维复杂化学系统时特别方便适用.

2 控制方案设计

本工作设计控制方案时遵循以下原则 :控制的代价最小而控制效果明显 ;对多维复杂系统物理上易于实现和操作. 为此, 设计的变量交叉反馈 (VCF) 方法为 :设 N 维非线性连续系统的动力学方程如 :

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = f_1(\{x_k\}, \{\mu_l\}) \\ \frac{dx_2}{dt} = f_2(\{x_k\}, \{\mu_l\}) \\ \dots \\ \frac{dx_N}{dt} = f_N(\{x_k\}, \{\mu_l\}) \end{cases} \quad (1)$$

$$(k = 1, 2, \dots, N, \quad l = 1, 2, \dots, M)$$

这里, $f_k (f_1, f_2, \dots, f_N)$ 为非线性函数 ; $\{x_k\}$ 为系统变量 ; $\{\mu_l\}$ 为系统参数. 现将第 i 个变量 x_i 反馈到第 j 个方程的右边, 同时将第 j 个变量 x_j 反馈到第 i 个方程的右边,

$$\begin{array}{ccc} m_j x_i & \times & f_j(\{x_k\}, \{\mu_l\}) \\ & \searrow & \\ & \nearrow & \\ m_i x_j & \times & f_i(\{x_k\}, \{\mu_l\}) \end{array} \quad (2)$$

这时受控后的非线性连续系统的动力学方程变成 :

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = f_1(\{x_k\}, \{\mu_l\}) \\ \dots \\ \frac{dx_i}{dt} = f_i(\{x_k\}, \{\mu_l\}) + m_i x_j \\ \dots \\ \frac{dx_j}{dt} = f_j(\{x_k\}, \{\mu_l\}) + m_j x_i \\ \dots \end{cases} \quad (3)$$

若系统 (3) 的定态解在 $(\{x_{k_0}\}, \{\mu_{l_0}\})$ 处, 可以求得其线性化方程为 :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{N1} & a_{N2} & \dots & a_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_N \end{bmatrix} \quad (4)$$

上式中的系数矩阵即为 Jacobi 矩阵 T ,

$$T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{N1} & a_{N2} & \dots & a_{NN} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Jacobi 矩阵 T 中的每一个系数 a_{ij} 可表示为 :

$$a_{ij} = \left(\frac{df_i}{dx_j} \right)_{(\{x_{k_0}\}, \{\mu_{l_0}\})} \quad (6)$$

$$(i = 1, 2, \dots, N, \quad j = 1, 2, \dots, N)$$

则 Jacobi 矩阵所对应的本征值方程为 :

$$\begin{bmatrix} a_{11} - \lambda & a_{12} & \dots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} - \lambda & \dots & a_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{N1} & a_{N2} & \dots & a_{NN} - \lambda \end{bmatrix} = 0 \quad (7)$$

$$\text{即 } c_0 \lambda^N + c_1 \lambda^{N-1} + \dots + c_{N-1} \lambda + c_N = 0 \quad (8)$$

这里, c_0, c_1, \dots, c_N 即为本征值 λ 各次幂的系数.

由 Routh-Hurwitz 判据^[11], 当 $c_0 > 0$, 且所有的 Hurwitz 行列式

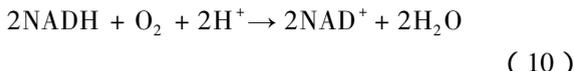
$$\begin{aligned} \Delta_1 &= c_1 \\ \Delta_2 &= \begin{bmatrix} c_1 & c_0 \\ c_3 & c_2 \end{bmatrix} \\ \Delta_3 &= \begin{bmatrix} c_1 & c_0 & 0 \\ c_3 & c_2 & c_1 \\ c_5 & c_4 & c_3 \end{bmatrix} \\ &\dots \end{aligned} \quad (9)$$

都是正的, 系统达到稳定, 即得到稳定控制. 这里

Routh-Hurwitz 判据也提供了控制系数 m_1 、 m_2 必须在保证 (9) 式大于零的范围内取值. 我们称这种控制方案为变量交叉反馈 (VCF) 方法. 对于 PO 反应系统混沌控制在其它方法控制效果不明显的情况下, 我们发现, 变量交叉反馈 (VCF) 方法的控制效果非常好.

3 PO 反应系统

Peroxidase-Oxidase (PO) 反应是一个复杂的分叉链式反应, 其总的效果可表示为



式中 NADH 和 NAD^+ 分别为还原型辅酶和氧化型辅酶. PO 反应系统是产生混沌的典型实例, 1983 年, Olsen 和 Degn 在进行该实验时, 观察到系统由倍周期分岔进入混沌. 同时, 提出了一个由四变量构成的非线性方程组的理论模型^[12]:

$$\begin{cases} \frac{dA}{dt} = k_7(A_0 - A) - k_3ABY \\ \frac{dB}{dt} = k_8B_0 - k_1BX - k_3ABY \\ \frac{dX}{dt} = k_1BX - 2k_2X^2 + 3k_3ABY - k_4X + k_6X_0 \\ \frac{dY}{dt} = 2k_2X^2 - k_3ABY - k_5Y \end{cases} \quad (11)$$

其中 A 、 B 分别为 O_2 和 NADH 的浓度; X 、 Y 则为中间反应物的浓度; $k_i (i=1, 2, \dots, 8)$ 为反应速率常数. 实验中, $k_1 = 0.35$, $k_2 = 2.5 \times 10^2$, $k_3 = 3.5 \times 10^{-2}$,

$k_4 = 20$, $k_5 = 5.35$, $k_6X_0 = 10^{-5}$, $k_7 = 0.1$, $A_0 = 8$, $k_8B_0 = 0.825$.

混沌的诊断有多种方法, 本工作采取简便有效的返回映像法和功率谱法来判定系统的动力学行为. 以四变量模型中 O_2 变量 $A(t)$ 为横坐标, 以 $A(t+1)$ 为纵坐标作图, 即得到系统的返回映像如图 1 所示. 相对应的功率谱如图 2 所示. 图 1 中的返回映像图形是具有一定分布形式和结构的离散点的集合, 而图 2 中功率谱的图样是具有噪声背景和宽峰连续谱, 这是混沌的典型特征, 由此判定系统此时处于混沌态, 其 (A, X) 相平面的混沌吸引子如图 3 所示.

对 PO 反应系统 (11) 式施加变量交叉反馈, 以 O_2 、NADH 的浓度作为反馈变量, 将 O_2 和 NADH 以一定的浓度交叉反馈到第一和第二个方程中, 即对 (11) 式中的第一式等号右端加入反馈函数 m_1B , 第二式等号右端加入反馈函数 m_2A , 这里 m_1 、 m_2 为控制系数, 于是得到受控后的 PO 反应系统:

$$\begin{cases} \frac{dA}{dt} = k_7(A_0 - A) - k_3ABY + m_1B \\ \frac{dB}{dt} = k_8B_0 - k_1BX - k_3ABY + m_2A \\ \frac{dX}{dt} = k_1BX - 2k_2X^2 + 3k_3ABY - k_4X + k_6X_0 \\ \frac{dY}{dt} = 2k_2X^2 - k_3ABY - k_5Y \end{cases} \quad (12)$$

施加了交叉反馈函数后, 新构造的动力学系统 (12) 式将呈现出新的动力学行为.

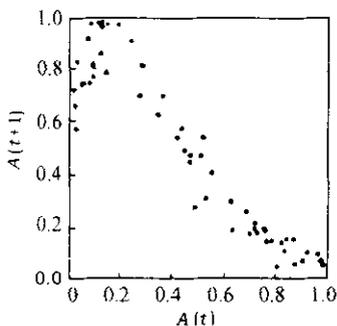


图 1 返回映像
Fig. 1 Return map

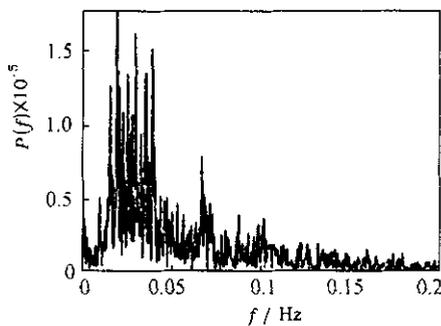


图 2 功率谱
Fig. 2 Power spectrum

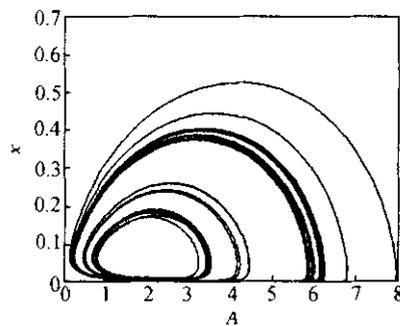


图 3 混沌吸引子
Fig. 3 Chaotic attractor

4 仿真实验

仿真模拟, 可以形象直观地展示变量交叉反馈 (VCF) 方法对 PO 反应系统控制效果. 在模拟过程

中, 采用 MATLAB 编程, 步长取 0.005 , 作 4.0×10^4 次迭代, 并保持系统的实验值 $k_i (i=1, 2, \dots, 8)$ 、 A_0 、 B_0 数值不变, 控制结果由控制系数 m_1 、 m_2 决定. 通过调节 m_1 、 m_2 的数值, 获得不同的控制结果.

当 $m_1 = 0.03$, $m_2 = 0.018$ 时, 仿真模拟发现, 系统的动力学性质发生了变化, 此时, 受控系统的返回映像由具有一定分布形式和结构的离散点的集合转变为仅有两个孤立点的图样, 功率谱也由带有噪声背景和宽峰的连续谱转变为具有独立单峰的分立谱, 表明受控后的 PO 反应系统由混沌态转变为 $2p$ 周期态. 继续改变 m_1 、 m_2 的数值, 当 $m_1 = 0.02$,

$m_2 = 0.016$ 时, 受控系统的返回映像为仅有三个孤立点的图样, 功率谱仍为具有独立单峰的分立谱, 但其单峰的数目有变化, 此时, 系统处于 $3p$ 周期态. 不断改变 m_1 、 m_2 的数值, 发现受控系统可以呈现周期态轨道的周期数为 $2^n \times 3^m p$ (n, m 为整数). 作 (A, X) 相平面内的几个典型的周期态控制结果如图 4 所示.

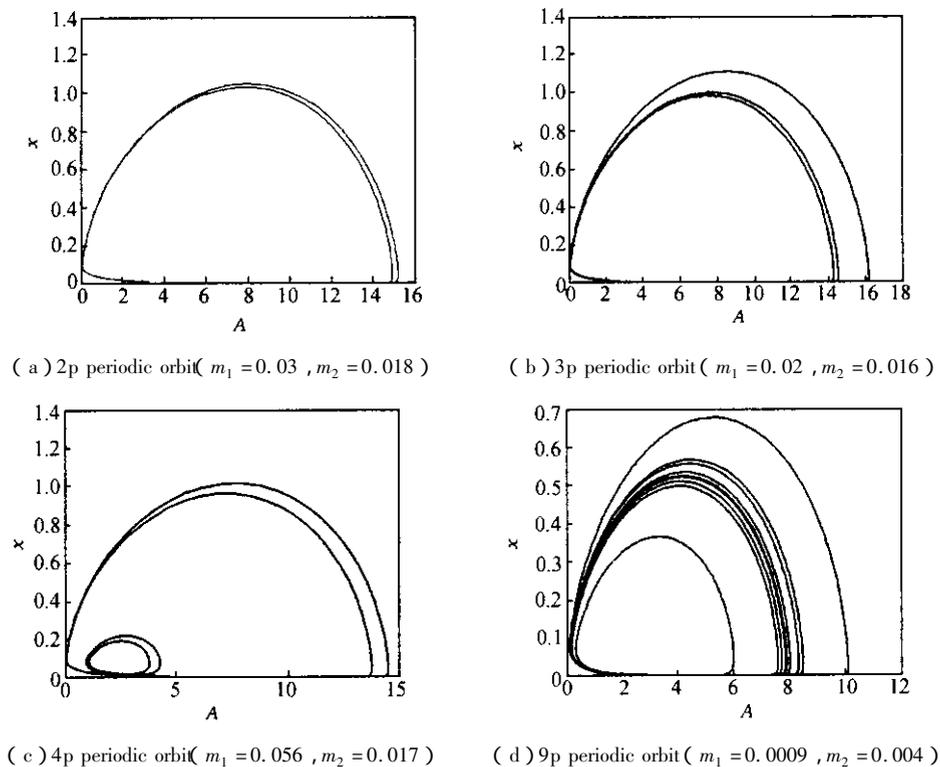


图 4 典型的控制结果

Fig. 4 Typical control results

这种控制方案在控制时不必了解系统其它参数的详细信息, 仅靠调节控制系数 m_1 、 m_2 的数值, 就能实现控制, 因此在控制多维复杂化学反应系统时特别方便适用.

参 考 文 献

- [1] Lü Ling (吕翎), Li Gang (李钢). *Chin. J. Chem. Phys.* (化学物理学报), 2003, **16**: 193
- [2] Lü Ling (吕翎), Li Chengren (李成仁). *Chem. J. Chin. Univ.* (高等学校化学学报), 2000, **21**: 105
- [3] Lü Ling. *Chemical Research in Chinese University*, 2001, **17**: 311
- [4] Gong Yubing (龚玉兵), Xu Qiang (徐强). *Chin. J. Chem. Phys.* (化学物理学报), 2001, **14**: 181
- [5] Ott E, Grebogi C, Yorke J A. *Phys. Rev. Lett.*, 1990, **64**: 1196
- [6] Roy R, Murphy Jr. T W, Maier T D, et al. *Phys. Rev. Lett.*, 1992, **68**: 1259
- [7] Guemez J, Matias M A. *Phys. Lett. A*, 1993, **181**: 29
- [8] Pyragas K. *Phys. Lett. A*, 1992, **170**: 421
- [9] Lim T K, Kwak K, Yun M. *Phys. Lett. A*, 1998, **240**: 287
- [10] Lü Ling (吕翎), Li Chengren (李成仁). *Optoelectronics · Laser* (光电子·激光), 2002, **13**: 1187
- [11] Lü Ling (吕翎). *Nonlinear Dynamics and Chaos* (非线性动力学与混沌). Dalian (大连): Dalian Press (大连出版社), 2000. 86
- [12] Olsen L F. *Phys. Lett. A*, 1983, **94**: 454