

混沌系统的变量变化率反馈控制方法研究*

吕 翎**, 欧永成

(辽宁师范大学物理系, 大连 116029)

摘 要: 设计了一种控制连续非线性系统中混沌的新方法——变量变化率脉冲反馈(VRPF)方法. 介绍了 VRPF 方法的控制原理以及反馈系数和脉冲间隔的选择技巧. 将此方法应用到 BZ 反应 3D 模型系统混沌的控制中, 计算机仿真模拟显示, 通过恰当地选择反馈系数和脉冲间隔, 可以将系统稳定在 $1p$ 、 $2p$ 、 $3p$ 、 $4p$ 、 \dots 、 $2^n \times 3^m p$ (n, m 为整数) 这样不同的周期轨道, 从而使系统的功率谱也由混沌态时的连续谱转变为具有分立单峰的分立谱. 此外, 仿真模拟还发现 VRPF 方法具有极宽的控制域.

关键词: BZ 反应; 3D 模型; 混沌控制; 变量变化率; 周期轨道

中图分类号: O643.1 文献标识码: A

Studies on Variable Rate Pulse Feedback of Chaos System*

Lü Ling**, Ou Yongcheng

(Department of Physics, Liaoning Normal University, Dalian 116029)

Abstract A new method, variable rate pulse feedback (VRPF), is presented in order to control chaos in continuous nonlinear system. The selection technique of the feedback coefficients and the pulse interval is introduced. The method is applied, for example, to control the chaotic dynamical behaviors in the Belousov-Zhabotinsky (BZ) reaction system of the 3D model. The numerical results show that the system can be stabilized at the different periodic orbits of $1p$, $2p$, $3p$, $4p$, \dots , $2^n \times 3^m p$ (n, m are integers) by appropriately selecting the feedback coefficients and the pulse interval, and the power spectra of the system can also be changed from the continuous spectra in the chaotic state into the discrete spectra having some separate single peaks. Besides, the VRPF method is of an extremely wide control region found from the computer simulation.

Key words BZ reaction, 3D model, Chaotic control, Variable rate, Periodic orbit

1 引 言

混沌现象是非线性系统的共同属性, 而非线性系统广泛存在于化学、物理学、生物学以及其它各学科领域^[1-4]. 由于混沌的奇异特性, 特别是对初始条件极其微小变化的高度敏感性及不稳定性, 过去在

应用领域中总是被回避和抵制. 自 1990 年 Ott 等提出 OGY 方法^[5]对混沌系统进行控制以来, 人们逐渐找到了控制混沌的有效方法, 从而使混沌控制成为各学科领域普遍关注的学术热点和前沿课题. 目前已提出了各种控制混沌的方法, 以 OGY 控制法的参数微扰和自适应反馈控制法^[6]的变量反馈控制

* Project Supported by the National Nature Science Foundation of China (10175032) and Nature Science Foundation of Liaoning Educational Committee (202122023).

** Corresponding author, E-mail: lshdg@sina.com.cn Received 1 May 2003; in final form 12 July 2003.

为典型代表. 他们的共同任务是根据不同学科和领域的实际需要, 从理论和实验两个方面, 研究如何从多种多样的非线性系统所产生的混沌吸引子中, 按照人们的意愿, 获取所需的各种周期态或非周期态, 并能实现其稳定的有效控制, 即利用非线性系统, 通过某种方法和途径, 获得所需的新的动力学行为.

1993 年, Guemez 和 Matias 提出了变量脉冲反馈(VPF)法^[7], 成功地控制了一维离散混沌系统, 但是这种方法应用到实际中存在一定的弊端, 由于非线性系统本身的复杂性, 大多数系统是多维的, 这就要求对系统施加变量脉冲反馈(VPF)法时需对其中被控制变量进行挑选分离, 这给反馈控制带来了不可避免的极大困难. 本工作设计了一种变量变化率脉冲反馈(VRPF)方法, 很好地克服了 VPF 法的上述弊端, 将此方法应用到 BZ 反应 3D 模型系统的混沌控制中, 取得了明显的控制效果, 可操作性和实用性强, 本工作尚未有报道.

2 控制原理

Guemez 和 Matias 用变量脉冲反馈(VPF)法控制一维 Logistic 离散系统的原理如下^[7]:

一维 Logistic 离散系统的动力学方程为:

$$x_{n+1} = \mu x_n (1 - x_n) \quad (1)$$

其中, x 为系统的状态变量; μ 为系统的参数. 假设参数 μ 的取值已使得(1)式所描述的系统处于混沌态, 对(1)式决定的系统中的变量进行脉冲反馈, 即从第 n 次迭代开始, 每隔 P 次, 将分离出的系统变量 x_n 的一部分 F 反馈到系统中去,

$$F = \varepsilon x_n \quad (2)$$

ε 称为反馈系数, 这便是 VPF 方法.

本工作设计的控制方法为: 设 N 维连续系统的动力学方程具有如下形式:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = f_1(x_1, x_2, \dots, x_N, \mu_1, \mu_2, \dots, \mu_m) \\ \frac{dx_2}{dt} = f_2(x_1, x_2, \dots, x_N, \mu_1, \mu_2, \dots, \mu_m) \\ \dots \\ \frac{dx_N}{dt} = f_N(x_1, x_2, \dots, x_N, \mu_1, \mu_2, \dots, \mu_m) \end{cases} \quad (3)$$

为计算方便, 将(3)式写成下列简便的形式

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(\{x_i\}, \{\mu_k\})$$

$$(i = 1, 2, \dots, N, k = 1, 2, \dots, m) \quad (4)$$

这里, x_i 为系统的状态变量, μ_k 为系统的参数.

对系统变量变化率实施脉冲反馈: 从 t 时刻开始, 每隔 Δt 把正比于与系统变量变化率的形式

$$\frac{dx_i'}{dt} = (1 + \gamma_i) \frac{dx_i}{dt} \quad (5)$$

即

$$\frac{dx_i'}{dt} = \begin{cases} \frac{dx_i}{dt} & t \neq j\Delta t, (j = 1, 2, \dots) \\ (1 + \gamma_i) \frac{dx_i}{dt}, & t = j\Delta t, (j = 1, 2, \dots) \end{cases} \quad (6)$$

反馈到系统中去, 其中 γ_i 为反馈系数, Δt 为脉冲间隔. 这种控制方法我们称之为变量变化率脉冲反馈(VRPF)方法. 由于这种方法实质上相当于将脉冲反馈控制施加在整个混沌系统 $f_i(\{x_i\}, \{\mu_k\})$ 上, 所以, 在实施控制时不必对系统中的某个变量进行分离, 从而避免了本工作提及的 VPF 法的弊端, 操作起来方便可行.

设系统在参数 $\mu_k = \mu_{k0}$ 处有不稳定不动点 $x_i^{(F)}$, 将脉冲控制起作用时的(6)式在 $x_i^{(F)}$ 附近作 Taylor 展开, 取线性近似, 容易求得其 Jacobi 矩阵为:

$$L = \begin{vmatrix} (1 + \gamma_1) \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \Big|_{x_i^{(F)}, \mu_{k0}} & \dots & (1 + \gamma_1) \frac{\partial f_1}{\partial x_N} \Big|_{x_i^{(F)}, \mu_{k0}} \\ \dots & \dots & \dots \\ (1 + \gamma_N) \frac{\partial f_N}{\partial x_1} \Big|_{x_i^{(F)}, \mu_{k0}} & \dots & (1 + \gamma_N) \frac{\partial f_N}{\partial x_N} \Big|_{x_i^{(F)}, \mu_{k0}} \end{vmatrix} \quad (7)$$

其本征值方程为:

$$\begin{vmatrix} (1 + \gamma_1) \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \Big|_{x_i^{(F)}, \mu_{k0}} - \lambda & \dots & (1 + \gamma_1) \frac{\partial f_1}{\partial x_N} \Big|_{x_i^{(F)}, \mu_{k0}} \\ \dots & \dots & \dots \\ (1 + \gamma_N) \frac{\partial f_N}{\partial x_1} \Big|_{x_i^{(F)}, \mu_{k0}} & \dots & (1 + \gamma_N) \frac{\partial f_N}{\partial x_N} \Big|_{x_i^{(F)}, \mu_{k0}} - \lambda \end{vmatrix} = 0 \quad (8)$$

由稳定性理论^[8], 当 Jacobi 矩阵所有本征值 λ 的模满足 $|\lambda| < 1$ 时, 被控系统得到了稳定控制. 且 $|\lambda| < 1$ 这个条件也为我们提供了如何选择反馈系数 γ_i 的方法与技巧. 可以先确定 γ_i 的某些值, 剩余的再由解(8)式及 $|\lambda| < 1$ 的条件确定取值范围.

3 应用举例

将 VRPF 方法用于控制 BZ 反应 3D 模型系统,

以检验此方法的有效性.

在金属铈离子(Ce^{4+})的催化下,丙二酸被溴酸氧化的 BZ 反应实际上是一个极其复杂的化学过程,Field 和 Noyes 在作了大量的实验和理论分析后,提出了解释 BZ 反应产生周期振荡和混沌现象的理论机理^[9].之后,Arnodo 等实验测定了机理中的 Ce^{4+} 浓度随时间变化的动力学行为是混沌态,并用标度变换后的 Ce^{4+} 浓度以及它的一阶和二阶导数构成 3D 模型^[10]:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y \\ \frac{dy}{dt} = z \\ \frac{dz}{dt} = f(x, y, z) \end{cases} \quad (9)$$

其中,

$$f(x, y, z) = -1.2z - y - \mu x + x^2 - 1.425y^2 + 0.2xz - 0.01x^2z$$

μ 为系统的可调参数.

(9)式所表示的 3D 模型的非零定态解为($\mu, 0, 0$),通过线性稳定性分析可以发现,当 $\mu = 1.38$ 时,非零定态解失稳.系统失稳后的演化模式可以通过求其功率谱来确定,它是判定系统动力学行为的有效手段,由图 1 显示的功率谱可以发现,此时谱的特点是具有噪声背景的连续谱,由此判定此时系统处于混沌态,作出其相应的混沌吸引子如图 2 所示.

对(9)式所表示的 BZ 反应 3D 模型施加变量变化率脉冲反馈,为计算机仿真模拟方便起见,将(9)式这样的连续混沌系统改写成其差分方程,则有

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n + y_n \Delta t (1 + \gamma_1 \delta_{n,j\Delta n}) \\ y_{n+1} = y_n + z_n \Delta t (1 + \gamma_2 \delta_{n,j\Delta n}) \\ z_{n+1} = z_n + f(x_n, y_n, z_n) \Delta t (1 + \gamma_3 \delta_{n,j\Delta n}) \end{cases} \quad (10)$$

$(j = 1, 2, \dots)$

仿真模拟过程中步长 Δt 取 0.01,通过适当的选取反馈系数 $\gamma_i (i = 1, 2, 3)$ 和脉冲间隔 Δn ,可以将系统稳定在不同的周期轨道.

在固定脉冲间隔 $\Delta n = 2$ 时,反馈系数 $\gamma_i (i = 1, 2, 3)$ 取不同的数值时,计算机的仿真模拟显示,系统(9)式的动力学行为发生了改变,由混沌态转换为周期态,典型的控制结果如图 3 所示.同时作出其中部分周期态所对应的功率谱发现,明显地由系统处于混沌态所对应的连续谱转变为具有分立单峰的

分立谱(图 4),这是周期态功率谱的典型特征.

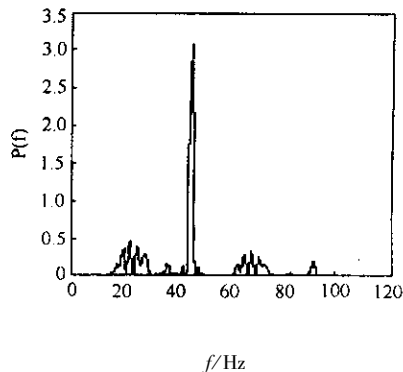


图 1 3D 模型系统的功率谱

Fig. 1 The power spectra in the 3D model system

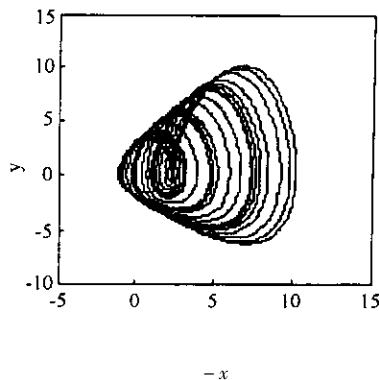


图 2 混沌吸引子

Fig. 2 The chaotic attractor

在仿真模拟中还发现,反馈系数 γ_i 的微小改变,就能获得不同的周期态,说明这种控制对于 BZ 反应 3D 模型系统非常灵敏有效;同时,由控制结果来看,可以迅速地将系统稳定在 $2^n \times 3^m$ (n, m 为整数)这样的多周期态,说明这种控制对于 BZ 反应 3D 模型系统又是大范围可控的.

当固定反馈系数 γ_i 为某一特定值,改变脉冲间隔 Δn 时,同样可以获得上述模拟结果.

实际上受控后的系统由混沌态转变为周期态是脉冲反馈对原系统相互作用的必然结果.系统在受控前处于混沌态,那么(9)式所表示的运动轨迹应该是发散的,通过施加系统脉冲反馈,适当地调节反馈系数 γ_i 和脉冲间隔 Δn ,使得受控系统运动轨迹的收敛足以抵消和抑制混沌态运动轨迹的发散,就能实现由(9)式所决定的系统由混沌态向周期态的转变.

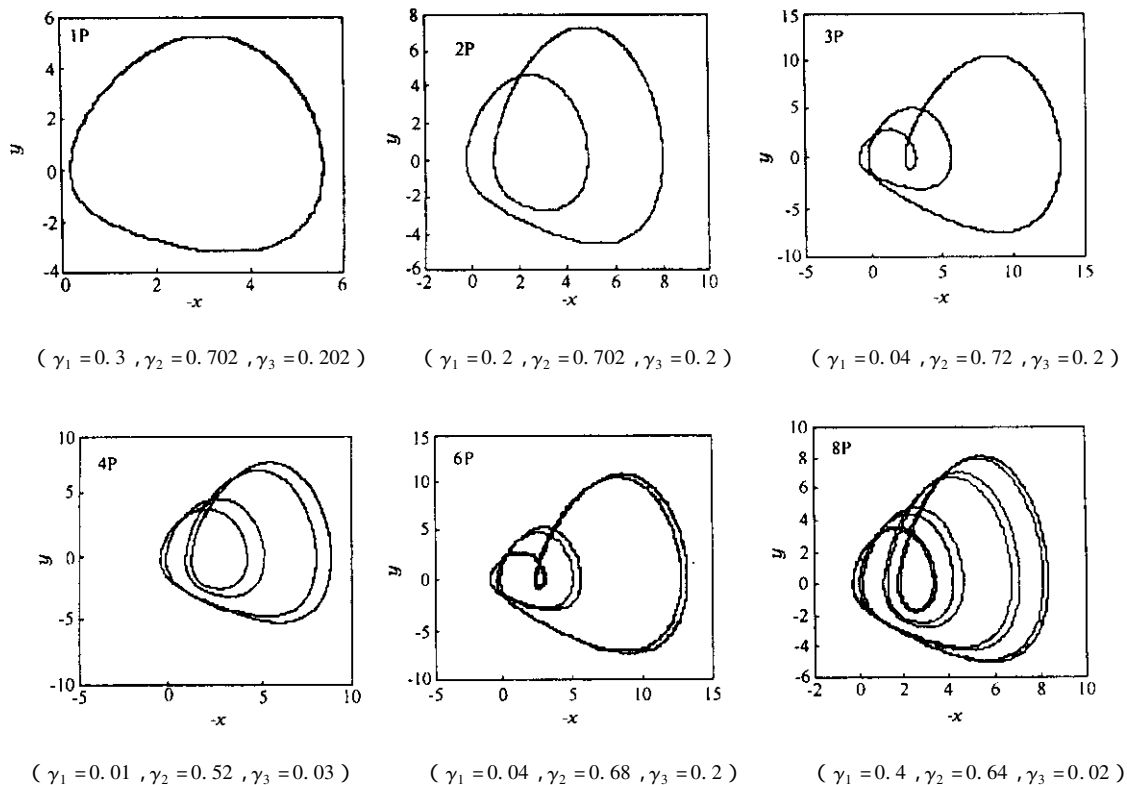


图3 周期轨道图

Fig. 3 The periodic orbits

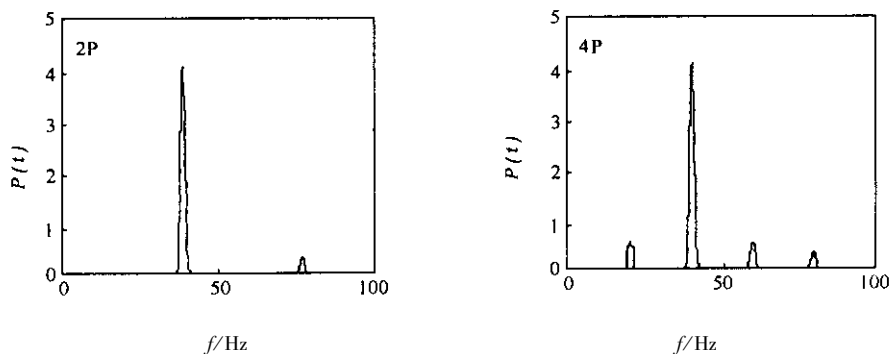


图4 周期态的功率谱

Fig. 4 The power spectra of periodic state

参 考 文 献

- [1] Lü Ling (吕翎), Li Gang (李钢). *Chin. J. Chem. Phys.* (化学物理学报), 2003 , **16** : 193
- [2] Li Xueliang (李学良), He Jianbo (何建波), et al. *Chin. J. Chem. Phys.* (化学物理学报), 2002 , **15** : 97
- [3] Dressler U , Nitsche G. *Phys. Rev. Lett.* , 1992 , **68** : 1
- [4] Braiman Y , Goldhirsch I. *Phys. Rev. Lett.* , 1991 , **66** : 2545
- [5] Ott E , Grebogi C , Yorke J A. *Phys. Rev. Lett.* , 1990 , **64** :

1196

- [6] Pyragas K. *Phys. Lett. A* , 1992 , **170** : 421
- [7] Guemez J , Matias M A. *Phys. Lett. A* , 1993 , **181** : 29
- [8] Lü Ling (吕翎). *Nonlinear Dynamics and Chaos (非线性动力学与混沌)* , Dalian (大连) : Dalian Press (大连出版社) , 2000 . 47
- [9] Field R J , Noyes R M. *J. Chem. Phys.* , 1974 , **60** : 1877
- [10] Letellier C , Maquet J , Labro H , et al. *J. Phys. Chem. A* , 1998 , **102** : 10265