

电流变液成链过程的一种序参量描述^{*}

吴峰^{a**}, 邹杰^a, 倪勇^a, 郭志荣^b

(a. 中国科学技术大学力学和机械工程系, 合肥 230026;

b. 廊坊师范学院物理系, 廊坊 065000)

关键词: 序参量; 电流变液

中图分类号: O373; O648.22

文献标识码: A

在外加电场情形下, 电流变液中固体颗粒就极化而成为电偶极子。电偶极子之间由于静电相互作用而聚集形成链, 然后在一个比较成链过程长很多的时间^[1-3]中这些链又进一步聚集形成柱状体。从整体来看电流变液就从液态变为固态。从物理上看这是一个在外场作用下粒子聚集的过程。由于链之间相互作用形成柱的过程比成链过程慢很多, 故在考虑固体颗粒在外场作用下形成链的过程中可以忽略链与链之间的相互作用。我们将取固体颗粒为球, 其半径为 a_0 。

将整个空间划分为 n^3 个小格(空间小单元), 沿电场方向排列 n 个格, 在垂直电场的平面上有 n^2 个小正方形, 每个固体颗粒仅占据一个空间小格, 共有 xn^3 个固体颗粒, 其中 $0 < x < 1$ 。显然固体颗粒的体积浓度 $\varphi = \frac{\pi}{6}x$ 。当没有外加电场时, 这些固体颗粒随机分布在空间中, 也即随机占据这些小格。当在外加电场时, 空间中就存在三种链。第一种链是粒子数不断增加的, 其链数目为 s_1 ; 第二种链其上粒子数不断减少, 其链数为 s_2 ; 还有第三种链不属于这两种链, 它上面的粒子数保持为 xn , 这种链的数目为 s_0 。

定义序参量 P , $P=0$ 为完全无序状态, 粒子随机分布在空间; $P=1$ 为完全有序, 所有粒子均形成链。上述各种链的数目 s_1 、 s_2 、 s_0 都是 P 的函数。设序参数为 P_0 时, 增加的第一种链数目为 $xn^2 dP_0$, 增加的第二种链数目为 $(1-x)n^2 dP_0$, 所以:

$$\begin{cases} s_1(P) = \int_0^P xn^2 dP_0 = xn^2 P, \\ s_2(P) = (1-x)n^2 P, \\ s_0(P) = n^2 - s_1(P) - s_2(P) = (1-P)n^2 \end{cases} \quad (1)$$

令 $xn^2 dP_0$ 根第一种链, 每根链上的粒子数为 $f(P, P_0)n = \left[x + (1-x)\frac{P-P_0}{1-P_0} \right] n$; $(1-x)$

$n^2 dP_0$ 根第二种链, 每根链上的粒子数为 $g(P, P_0)n = \left(x - x\frac{P-P_0}{1-P_0} \right) n_0$ 。

* 国家自然科学基金资助项目(19834020)。

** 通讯联系人, Email: fwu@ustc.edu.cn

收稿日期: 2001-08-14; 修回日期: 2001-08-25。

我们将电流变液在外电场时成链的过程看成是将粒子与空格填入 n^3 个空间小单元中去的过程。

为了引入熵,需计算状态数 Ω ,与序参量间隔 dP_0 相对应的状态数为 $(C_n^{fn})^{n^2 dP_0}$ (C_n^{gn}) $^{(1-x)n^2 dP_0}$,对所有的 $P_0 < P$ 的各种可能相乘,然后再乘以 $(C_n^{xn})^{(1-P)n^2}$,得到总的状态数 Ω 。则有,

$$\ln \Omega = \int_0^P x n^2 \ln C_n^{fn} dP_0 + \int_0^P (1-x)n^2 \ln C_n^{gn} dP_0 + (1-P)n^2 \ln C_n^{xn} \quad (2)$$

由于平均粒子内能应与粒子在链上分布方式有关,这样计算起来非常困难,为简单计,我们设粒子在链上是均匀分布的,然后依 Tao 公式^[4],可以得到平均粒子内能为

$$U_E = -\frac{\nu}{4} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{s^3} \left[\int_0^P \frac{f n x n^2}{a_1^3} dP_0 + \int_0^P \frac{g n (1-x)n^2}{a_2^3} dP_0 + \frac{x n (1-P)n^2}{a_0^3} \right] \quad (3)$$

其中 $a_1 = \frac{a}{f}$, $a_2 = \frac{a}{g}$, $a_0 = \frac{a}{x}$ 。

$$\text{令} \quad \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{s^3} = \frac{\beta}{2} \approx 1.2$$

引入参数 $\theta = \frac{\nu}{8kT a^3} = \frac{\alpha^2 a^3 \epsilon_f E_{loc}^2}{8kT}$

其中 $\alpha = \frac{\epsilon_p - \epsilon_f}{\epsilon_p + 2\epsilon_f}$, k 、 T 为玻尔兹曼常数和温度; ϵ_p 、 ϵ_f 分别是固体颗粒和母液之介电常数; E_{loc} 可以近似看作外加电场 E 。则有:

$$\frac{U_E}{kT x n^3} = -\beta \theta \left[\int_0^P \left(f^4 + \frac{1-x}{x} g^4 \right) dP_0 + x^3 (1-P) \right] \quad (4)$$

应用斯特令公式计算熵 $S = k \ln \Omega$ 得:

$$\begin{aligned} \frac{S}{k x n^3} = & - \int_0^P dP_0 \left[f \ln f + (1-f) \ln(1-f) + \frac{1-x}{x} g \ln g + \frac{1-x}{x} (1-g) \ln(1-g) \right] \\ & - (1-P) \left[\ln x + \frac{1-x}{x} \ln(1-x) \right] \end{aligned} \quad (5)$$

写出自由能 $\mathcal{K}(P)$ 的关系式,

$$\begin{aligned} \frac{\mathcal{K}(P)}{kT} = & \frac{U_0}{kT} - \beta \theta \left[\int_0^P \left(f^4 + \frac{1-x}{x} g^4 \right) dP_0 + x^3 (1-P) \right] + (1-P) \left[\ln x + \frac{1-x}{x} \ln(1-x) \right] \\ & + \int_0^P dP_0 \left[f \ln f + (1-f) \ln(1-f) + \frac{1-x}{x} g \ln g + \frac{1-x}{x} (1-g) \ln(1-g) \right] \end{aligned} \quad (6)$$

U_0 指不存在外加电场情形时的内能。

考虑实际的成链过程是在等体积 V 和等温度 T 下进行的,所以分析结构形成应基于自由能最小原理。令 $\frac{\partial \mathcal{K}(P)}{\partial P} = 0$,可以得到稳定状态下的 θ 和 P 之间关系式为:

$$\theta = \frac{1}{4\beta} \frac{\int_0^P \left(f' \ln \frac{f}{1-f} + \frac{1-x}{x} g' \ln \frac{g}{1-g} \right) dP_0}{\int_0^P \left(f^3 + \frac{1-x}{x} g^3 g' \right) dP_0} \quad (7)$$

将 $f = x + (1-x) \frac{P-P_0}{1-P_0}$, $g = x - x \frac{P-P_0}{1-P_0}$ 代入,可以得到 θ 和 P 之间具体关系式。临界点 $P = 0$,用洛比达法则,可由(7)式求得:

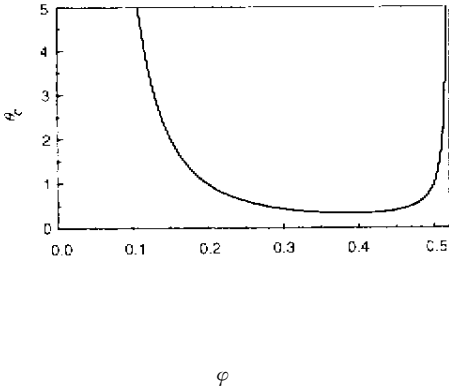


图1 临界参数 θ_c 与颗粒体积浓度 φ 之间关系

Fig.1 The critic parameter θ_c vs concentration φ

$$\theta_c = \frac{1}{28.8x^3(1-x)} \quad (8)$$

(8)式说明,临界电场不仅与温度、介电常数有关,而且与颗粒浓度有关。图1中描述 θ_c 与颗粒体积浓度 φ 之间关系。当 φ 很小与很大时,电流变效应就不明显(只有在很高的外加电场下才会有电流变效应),而在中等浓度时,系统具有明显的电流变效应。这与数值计算结果和实验观察^[6]是一致的。

参 考 文 献

- [1] Halsey T C, Toor W. *Phys. Rev. Lett.*, 1990, **65**:2820
- [2] Toor W R. *J. Coll. Interface Sci.*, 1993, **156**:335
- [3] Klingenberg D J, Zukoski C F, Hill J C. *J. Appl. Phys.*, 1993, **73**:4644
- [4] Tao R. *Int. J. Modern Phys. B*, 1992, **6**:2635
- [5] Guo Hongxia, Mai Zhenhong, et al. *Phys. Rev. E*, 1996, **53**:3823
- [6] Deinega Y F, Vinogradov G V. *Rheol. Acta.*, 1984, **23**:636

Order Parameter Description of Formation of Chains in Electrorheological Fluids^{*}

Wu Feng^{a**}, Zou Jie^a, Ni Yong^a, Guo Zhirong^b

(*a. Department of Mechanics and Mechanical Engineering, University of Science and Technology of China, Hefei 230026;*

b. Department of Physics, Langfang Teacher's College, Langfang 065000)

Abstract A simple long-range-order parameter P is defined for describing the process of formation of chains in the electric field direction. The free energy of the system is taken to be the sum of the internal energy, the electrostatic interaction and configuration entropy as a function of P . Calculated results indicate that the critical parameter is a function of electric field, temperature, misfit dielectric coefficients and concentration of particles.

Key words Order parameter, Electrorheological fluids

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China(19834020).

** To whom correspondence should be addressed, Email: fwu@ustc.edu.cn