1003 - 7713/2001/05 - 0532 - 5

电流变技术中的控制理论及参数优化

魏克湘*， 朱石沙， 王启新

(湘潭大学机械学院,湘潭 411100)

摘 要： 针对 ER 型动力元件,阐述了含 ER 技术的机械系统控制方程的建立方法,运用控制理论建立了其状态方程。同时,对其进行了一般性分析及参数优化设计。发现电流变动力元件可以很简单地依靠调整工作位置来改善元件的动态性能。ER 型流体控制元件属典型阻尼元件。

关键词： 电流变技术；动力元件；参数优化

中图分类号：TB114.2 **文献标识码：**A

1 引 言

现代控制理论是古典调节原理的发展,它是计算机技术、空间技术、机电一体化等现代技术出现及发展的必然产物。基于状态空间法的 Kalman 滤波理论和 LQG 控制设计是现代控制理论的二大基石。它们能对大型复杂系统进行最优估计和设计。

在设计含电流变技术的机械系统过程中,运用现代控制理论对其进行系统分析,能充分发挥电流变技术的优点,提高系统的动态品质。本文介绍了电流变流体动力元件控制方程的建立,并应用李亚普诺夫函数法对动力元件的参数进行了优化。试图建立电流变流体动力控制的基本理论体系

2 ER 技术应用于流体动力控制的基本原理

阀的工作介质为电流变流体(悬浮液型),在其动力传输的过程中设置 - 电极型流动场,通过调节电场强度 E,即可实现流体功率传输的改变(图 1)。当信号 $E=0$ 时,流体近似 Newton 流体流动,当 $E\neq 0$ 时，介质近似 Bingham 塑性流体流动,信号 E 继续增强,介质在电场力作用下将成为凝聚态介质,甚至固态。随 E 的增加,流动场 ER 型液阻 R_{er} 增加,直至液阻呈现为无穷大—截流状态,流体动力传输终了。

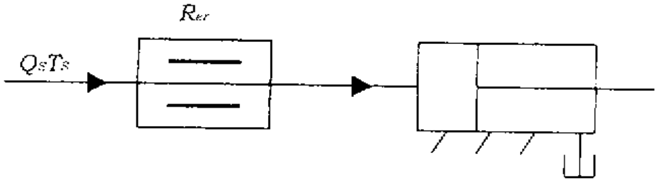

图 1 电流变流体动力元件

Fig.1 ERF power element

* 通讯联系人，Email：wei - kx@hotmail.com

收稿日期：2001 - 08 - 14；修回日期：2001 - 08 - 25。

3 电流变流体动力元件控制方程的建立

对二组分的电流变流体,假定:(1) 已构成一种新的物质(混合物),且连续充满流动场,其电流变特性在宏观上处处均匀;(2) 作为 ER 控制元件的结构参数,总有 h(极距) $<<$ w(场宽),即元件内流动为层流或一维流动。

在几乎所有的文献资料中[1-3],专家们在寻求电流变流体的动力传输模型时,都是在假设(1)的基础上,应用连续介质力学的分析方法对电流变流体的传输过程加以模拟,在假设(2)的基础上,应用 Bingham 本构方程对电流变流体的动力传输加以模拟。

3.1 流量方程

以平行极板结构阀为 ER 控制元件样本,根据以下假定:介质不可压缩;电场是均匀的,$\nabla \cdot E = 0$,对于某一指定信号,电场是恒定的,$\nabla \times E = 0$;为一维流动场;流动场等温;与壁面无滑落,则可以推得基本流量方程[4]

$$Q = \frac{wh^3}{12\mu l}\Delta P - \frac{wh^3\phi}{12\mu}E^2$$

其中,Q 为流过控制元件的体积流量;w 为流场的宽度;h 为极距;μ 为电流变流体的动力粘度;l 为流场的长度;ΔP 为流经缝隙流场的压降;ϕ 为电流变流体的电敏系数;E 为电场强度。

令 $R_\mu = \dfrac{12\mu l}{wh^3}$为粘性液阻,$R_{er} = \dfrac{12\mu}{wh^3\phi}$为 ER 型液阻,得

$$Q = R_\mu^{-1}\Delta P - R_{er}^{-1}E^2 \tag{1}$$

3.2 ERF 动力元件的基本控制方程

ER 控制元件与执行元件的组合(图 1)称为 ER 型动力元件。显然该元件是流体动力系统的核心元件,其静、动态特性的好坏,直接关系到控制系统的好坏。

基本控制方程组为

$$\begin{cases} Q_L = R_\mu^{-1}\Delta P - R_{er}^{-1}E^2 & \text{(负载流量方程)} \\ Q_L = A\dot{X} + C\dot{P}_f & \text{(连续性方程)} \\ AP_f = m\ddot{X} + B\dot{X} + F & \text{(力平衡方程,忽略弹性负载)} \end{cases} \tag{2}$$

在工作位置 Q^*(P_f^*,E^*)附近线性化,并作拉氏变化得

$$\begin{cases} -Q_L(S) = K_c P_f(S) + K_{er}E(S) \\ Q_L(S) = ASX(S) + CSP_f(S) \\ AP_f(S) = (mS^2 + BS)X(S) + F(S) \end{cases} \tag{3}$$

其中,$K_C = -\dfrac{\partial Q}{\partial \Delta P} = -R_\mu^{-1}$ 为流量增益;$K_{er} = \dfrac{\partial Q}{\partial E} = 2\dfrac{E^*}{R_{er}}$ 为电压增益系数;P_f 为工作腔压力;A 为液压缸的无杆腔面积;C 为液容;m 为运动件质量;X 为液压缸活塞位移;B 为运动部位阻尼系数。

故以速度 $SX(S)$为输出的传递函数为

$$SX(S) = \frac{-AK_{er}E(S) - F(S)(CS + K_C)}{mCS^2 + (mK_C + BC)S + (BK_C + A^2)}$$

$$= \frac{-\dfrac{AK_{er}}{BK_C + A^2}E(S) - \dfrac{CS + K_C}{BK_C + A^2}F(S)}{\dfrac{S^2}{\omega_n^2} + \dfrac{2\zeta}{\omega_n}S + 1} \tag{4}$$

动力元件的有阻尼谐振频率 $\omega_n = \sqrt{\dfrac{BK_C + A^2}{mC}}$;阻尼比 $\zeta = \dfrac{1}{2}\ \dfrac{mK_C + BC}{\sqrt{mC(BK_C + A^2)}}$

取活塞速度、加速度为状态变量,则 ER 型动力元件的状态方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \dfrac{-AK_{er}\omega_n^2}{BK_C + A^2} & -\dfrac{(CS + K_C)\omega_n^2}{BK_C + A^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E(S) \\ F(S) \end{bmatrix} \tag{5}$$

输出方程

$$y = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \tag{6}$$

从状态方程(5)可以发现,信号增益与 K_{er} 有关。说明要调整元件的稳定性和灵敏度,通过调整 K_{er},即调整工作电压即可满足。同时由于响应增益是 E^* 的函数,故电流变动力元件可以很简单地依靠调整工作位置来改善元件的动态性能,这是一般流体动力元件难以做到的。

4 参数优化

4.1 动力元件的稳定性

对方程(5),令 $F(S) = 0$,则有状态方程

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{-AK_{er}\omega_n^2}{BK_C + A^2} \end{bmatrix} E(S) \tag{7}$$

或标准形式

$$\dot{X} = AX + BE$$

应用李雅普诺夫稳定判别第二方法,即取‘能量函数’[5]

$$U(X) = X^T P X \tag{8}$$

解矩阵方程:

$$A^T P + PA = -I \tag{9}$$

I 为单位矩阵。得

$$P = \begin{bmatrix} \dfrac{\zeta}{\omega_n} + \dfrac{1 + \omega_n^2}{4\zeta\omega_n} & \dfrac{1}{2\omega_n^2} \\ \dfrac{1}{2\omega_n^2} & \dfrac{1 + \omega_n^2}{4\zeta\omega_n^3} \end{bmatrix}$$

根据 Sylvester 准则,即

$$P_{11} = \frac{\zeta}{\omega_n} + \frac{1 + \omega_n^2}{4\zeta\omega_n} > 0 \quad (\text{因为 } \zeta > 0,\ \omega_n > 0)$$

$$P_{22} = \frac{1}{4\omega_n^4}\left[\omega_n^2 + \frac{(1 + \omega_n^2)^2}{4\zeta^2}\right] > 0$$

则 P 为正定对称矩阵,即 $U(X)$ 为正半定的。故动力元件在平衡状态处是稳定的。

4.2 参数优化

由方程(4)，可得速度 $u(t)$ 的微分方程

$$\ddot{u}(t) + 2\zeta\omega_n\dot{u}(t) + \omega_n^2 u(t) = K_{SB}\omega_n^2 e(t) \tag{10}$$

K_{SB} 为系统的闭环增益，$K_{SB} = -\dfrac{2AK_{er}\omega_n^2}{BK_C + A^2}$，在单位阶跃信号下，定义相对误差函数 $e(t)$

$$e(t) = \frac{K_{SB} - e(t)}{K_{SB}} \tag{11}$$

将变量 e、$\dot{e}$、$\ddot{e}$ 代入方程(10)，并考虑到 $t>0$ 时，$e(t)=1$，就有

$$\ddot{e} + 2\zeta\omega_n\dot{e} + \omega_n^2 e = 0 \qquad (t > 0) \tag{12}$$

令状态变量 $e_1 = e$，$e_2 = \dot{e}$，得状态方程

$$\dot{e} = Ae \tag{13}$$

对该动力元件取参数寻优的二次型目标函数为

$$J = \int_0^\infty [e^2(t) + \lambda\dot{e}^2(t)]\,\mathrm{d}t \tag{14}$$

式中 λ 为加权系数。

由上一节分析可知，描述动力元件的 A 矩阵为稳定矩阵。应用李雅普诺夫函数法，目标函数可写成

$$\begin{aligned} J &= \int_0^\infty e^T(t)Qe(t)\,\mathrm{d}t \\ &= e^T(0)Pe(0) \end{aligned} \tag{15}$$

取矩阵 $Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -\dfrac{b}{\omega_n^2} \end{bmatrix}$[6]，解 $A^TP + PA = -Q$ 得

$$P = \begin{bmatrix} \dfrac{4\zeta^2 + b + 1}{4\zeta\omega_n} & \dfrac{1}{2\omega_n^2} \\ \dfrac{1}{2\omega_n^2} & \dfrac{1 + b}{4\zeta\omega_n^3} \end{bmatrix} \tag{16}$$

于是有

$$J = \frac{4\zeta^2 + b + 1}{4\zeta\omega_n}e_1^2(0) + \frac{e_1(0)\,e_2(0)}{\omega_n^2} + \frac{1 + b}{4\zeta\omega_n^3}e_2^2(0) \tag{17}$$

由初始条件：$e_1(0) = 1$，$e_2(0) = 0$，得

$$J = \frac{1}{\omega_n}\left(\zeta + \frac{b + 1}{4\zeta}\right) \tag{18}$$

令 $\dfrac{\partial J}{\partial \zeta} = 0$，可求得最优阻尼比

$$\zeta^* = \sqrt{\frac{b + 1}{4}} \tag{19}$$

ζ^* 取决于 Q 矩阵的选择；b 值反映 $\dot{e}$ 项所占比重；取 $b = 0$ 则 $\zeta^* = 0.5$，取 $b = 1$ 则 $\zeta^* = 0.707$，此时 J 的极小值是 $J = 11.41/\omega_n$。

寻优结果与一般流体控制系统相同。进一步说明 ER 型流体控制元件属典型阻尼元件。

参 考 文 献

[1] Zheng L，*et al*. . Behaviors of electrorheological valves and bridges. Proceeding International Conference，1991，U.S.A. World Scientific Press，1992：398
[2] Whittle M，*et al*. . *J*. *Mod*. *Phys*. *B*，1993，**6**：93
[3] Peel D J，*et al*. . *J*. *Mechanical Engineering Science C*，1994，**208**：253
[4] Huang Yijian（黄宜坚），*et al*. . Electrorheology（电流变学）. Hunan University of Normal Press（湖南师范大学出版社），Changsha（长沙），1996
[5] Xufang Shengyan（绪方胜彦），Lu Baiying（卢伯英），*et al*. . Modern Control Engineering（现代控制工程），Science Press（科学出版社），Beijing（北京），1976
[6] Song Jun（宋俊），*et al*. . Optimization of Hydraulic System（液压系统优化），Mechanical Industry Press（机械工业出版社），Beijing（北京），1996

Control Theory and Parameter Optimization of Electrorheological Technology

Wei Kexiang*， Zhu Shisha， Wang Qixing
（*School of Mechanical Engineering*，*Xiangtan University*，*Xiangtan* 411100）

Abstract This paper introduces foundation of control equations of ERF power element based on control theory. At same time，the properties of power element with ERF are analyzed and its parameters are optimized. It is found that the guality of ER power element is improved simply by adjusting its operating position. ER element is typically a kind of damping element.

Key words Electrorheological technology，Power element，Parameter optimization.

* To whom correspondence should be addressed，Email：wei－kx@hotmail.com